

围是  $2.595 \leq x < 2.605$ . 因为轴长  $x$  的范围是  $2.595 \leq x < 2.605$ , 所以长为 2.56 m 与 2.62 m 的轴都不合格.

### 全章综合训练

#### 刷中考

1. **B** 【解析】 $\because$  完全相同的 4 个正方形面积之和是 100,  $\therefore$  1 个正方形的面积为  $100 \div 4 = 25$ ,  $\therefore$  正方形的边长为  $\sqrt{25} = 5$ , 故选 B.
2. **-2** 【解析】 $\because (-2)^3 = -8$ ,  $\therefore -8$  的立方根是  $\sqrt[3]{-8} = -2$ , 故答案为 -2.
3. **1** 【解析】 $\because m, n$  为实数, 且  $(m+4)^2 + \sqrt{n-5} = 0$ ,  $\therefore m+4=0, n-5=0$ , 解得  $m=-4, n=5$ ,  $\therefore (m+n)^2 = (-4+5)^2 = 1^2 = 1$ . 故答案为 1.
4. **1** 【解析】 $\because \sqrt{2x-1} = 1$ ,  $\therefore 2x-1=1$ ,  $\therefore x=1$ , 故答案为 1.
5. **D** 【解析】-3, 0 是整数,  $\frac{2}{3}$  是分数, 它们不是无理数;  $\sqrt{5}$  是无限不循环小数, 它是无理数. 故选 D.
6. **B** 【解析】实数  $-\sqrt{2}$  的相反数是  $\sqrt{2}$ , 故选 B.
7. **C** 【解析】从数轴上看, 离原点距离最近的点是实数  $c$  对应的点, 那么这四个实数中绝对值最小的是  $c$ .
8. **D** 【解析】根据数轴得  $a < 0 < 1 < b$ ,  $\therefore |a| < |b|$ ,  $a+b > 0, a+2 < b+2, |a-1| > |b-1|$ , 故选 D.
9. **A** 【解析】 $\because -(-2) = 2$ ,  $\therefore -2 < -\sqrt{2} < -\frac{1}{2} < -(-2)$ ,  $\therefore$  最小的数是 -2, 故选 A.

#### 总结

无理数的三种常见形式:

- ① 开方开不尽的数;
- ② 含有  $\pi$  的数;
- ③ 无限不循环小数.

10. **2** (答案不唯一) 【解析】 $\because 2 < \sqrt{5} < 3$ ,  $\therefore$  比  $\sqrt{5}$  小的整数可以是 2. 故答案为 2 (答案不唯一).

11. **>** 【解析】 $(\sqrt{10})^2 = 10, \left(\frac{22}{7}\right)^2 = \frac{484}{49}$ ,  $\therefore 10 > \frac{484}{49}$ ,  $\therefore \sqrt{10} > \frac{22}{7}$ , 故答案为  $>$ .

12. **C** 【解析】 $1 < \sqrt{3} < 2$ , 观察数轴可知, 点  $P$  符合要求, 故选 C.

13. **D** 【解析】 $\because 49 < 54 < 64$ ,  $\therefore 7 < \sqrt{54} < 8$ ,  $\therefore 3 < \sqrt{54} - 4 < 4$ , 故选 D.

14. **D** 【解析】 $\because \sqrt[3]{53} < \sqrt[3]{64} < \sqrt[3]{98}, \sqrt{2} < \sqrt{4} < \sqrt{7}$ ,  $\therefore a=4, b=2$ ,  $\therefore b^a = 2^4 = 16$ . 故选 D.

15. (1) 3 (2) 2 【解析】(1)  $\because 3 < \sqrt{10} < 4$ , 而  $n < \sqrt{10} < n+1$ ,  $\therefore n=3$ . 故答案为 3. (2)  $\because a, b, n$  均为正整数,  $\therefore n-1, n, n+1$  为连续的三个自然数, 而  $n-1 < \sqrt{a} < n, n < \sqrt{b} < n+1$ ,  $\therefore \sqrt{(n-1)^2} < \sqrt{a} < \sqrt{n^2}, \sqrt{n^2} < \sqrt{b} < \sqrt{(n+1)^2}$ . 观察 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,  $\dots, 0^2 = 0, 1^2 = 1, 2^2 = 4, 3^2 = 9, 4^2 = 16, \dots, \therefore (n-1)^2$  与  $n^2$  之间的整数有  $(2n-2)$  个,  $n^2$  与  $(n+1)^2$  之间的整数有  $2n$  个,  $\therefore$  满足条件的  $a$  的个数总比  $b$  的个数少  $2n - (2n-2) = 2n - 2n + 2 = 2$  (个). 故答案为 2.

16. **B** 【解析】 $0.0158 \approx 0.016$ , 故选 B.

## 第十五章 二次根式

### 15.1 二次根式

#### 课时 1 二次根式的概念

#### 刷基础

1. **B** 【解析】①  $\sqrt{7}$  是二次根式; ②  $\sqrt{-5}$  的被开方数小于 0, 不是二次根式; ③  $\sqrt[3]{10}$  不是二次根式; ④  $\sqrt{-3-x^2}$  中,  $\because x^2 \geq 0, \therefore -x^2 \leq 0, \therefore -3-x^2 < 0$ , 被开方数小于 0, 不是二次根式; ⑤  $\sqrt{a^2+9}$  中,  $\because a^2 \geq 0, \therefore a^2+9 > 0$ , 是二次根式; ⑥  $\sqrt{\frac{1}{x^2+1}}$  中,  $\because x^2 \geq 0, \therefore x^2+1 > 0, \therefore \frac{1}{x^2+1} > 0$ , 被开方数大于 0, 是二次根式; ⑦  $\sqrt{25}$  是二次根式; ⑧ 当  $a <$

#### 易错警示

判断二次根式时无需化简, 不能因为  $\sqrt{25} = 5$  就说它不是二次根式.

0 时,  $\sqrt{a}$  不是二次根式; ⑨ 当  $x-2 < 0$ , 即  $x < 2$  时,  $\sqrt{x-2}$  不是二次根式. 故①⑤⑥⑦是二次根式, 共 4 个. 故选 B.

2. **D** 【解析】

- |   |  |
|---|--|
| A | 当 $m < 0$ 时, 二次根式没有意义, A 选项错误  |
| B | 当 $m < -1$ 时, 二次根式没有意义, B 选项错误   |
| C | 当 $-1 < m < 1$ 时, 二次根式没有意义, C 选项错误   |
| D | $\because m^2 \geq 0, \therefore m^2+1 > 0, \therefore$ 不论 $m$ 取何值, 二次根式都有意义, D 选项正确 |

3. **B** 【解析】由题意,得  $\begin{cases} x-9 \neq 0, \\ x-2 \geq 0, \end{cases}$  解得  $x \geq 2$  且  $x \neq 9$ . 故选 B.

4. 【解】(1)  $\frac{x}{2} - 5 \geq 0$ , 解得  $x \geq 10$ ,  $\therefore$  当  $x \geq 10$

时,  $\sqrt{\frac{x}{2} - 5}$  在实数范围内有意义.

(2)  $5 - 3x \geq 0$ , 解得  $x \leq \frac{5}{3}$ ,  $\therefore$  当  $x \leq \frac{5}{3}$  时,

$\sqrt{5-3x}$  在实数范围内有意义.

(3)  $2 + 3x > 0$ , 解得  $x > -\frac{2}{3}$ ,  $\therefore$  当  $x > -\frac{2}{3}$  时,

$\frac{1}{\sqrt{2+3x}}$  在实数范围内有意义.

(4)  $\begin{cases} 2-x \geq 0, \\ x-1 \geq 0, \end{cases}$  解得  $1 \leq x \leq 2$ ,  $\therefore$  当  $1 \leq x \leq 2$

时,  $\sqrt{2-x} + \sqrt{x-1}$  在实数范围内有意义.

5. **B** 【解析】 $\because |a-2| + \sqrt{b+1} = 0$ ,  $|a-2| \geq 0$ ,  $\sqrt{b+1} \geq 0$ ,  $\therefore a-2=0$ ,  $b+1=0$ ,  $\therefore a=2$ ,  $b=-1$ ,  $\therefore (a+b)^2 = (2-1)^2 = 1$ . 故选 B.

6.  $\frac{3}{4}$  【解析】 $\because y = \sqrt{x-4} + \sqrt{4-x} + 3$ ,  $x-4 \geq 0$ ,  $4-x \geq 0$ ,  $\therefore x=4$ ,  $\therefore y=3$ ,  $\therefore \frac{y}{x} = \frac{3}{4}$ . 故答案为  $\frac{3}{4}$ .

7. **B** 【解析】 $\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4$ , ①不正确;  $(-\sqrt{4})^2 = (-1)^2 \times (\sqrt{4})^2 = 1 \times 4 = 4 \neq 16$ , ②不正确;  $(\sqrt{4})^2 = 4$ , ③正确; ④  $\sqrt{4^2} = \sqrt{16} = 4$ , ④正确. 故③④正确.

8.  $-2a-2b$  【解析】由数轴可得  $a < 0$ ,  $b > 0$ ,  $|a| > |b|$ ,  $\therefore a+b < 0$ ,  $\therefore |a| - \sqrt{b^2} + \sqrt{(a+b)^2} = -a-b - (a+b) = -a-b-a-b = -2a-2b$ . 故答案为  $-2a-2b$ .

9. (1)  $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a (a > 0), \\ 0 (a = 0), \\ -a (a < 0) \end{cases}$ , (2) ①  $\pi-3$ . 14

②  $2-x$  (3)  $5 \leq x \leq 8$

【解析】(1)  $\because \sqrt{3^2} = 3$ ,  $\sqrt{(-5)^2} = 5$ ,  $\sqrt{0} = 0$ ,

$\therefore \sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a (a > 0), \\ 0 (a = 0), \\ -a (a < 0), \end{cases}$

故答案为  $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a (a > 0), \\ 0 (a = 0), \\ -a (a < 0). \end{cases}$

### 思路分析

根据二次根式中被开方数的非负性, 得到  $a(x-a) \geq 0$ ,  $a(y-a) \geq 0$ ,  $x-a \geq 0$ ,  $a-y \geq 0$ , 推出  $a \geq 0$ ,  $a \leq 0$ , 得到  $a=0$ , 代入等式即可求出  $y=-x$ , 进而推出  $x > 0$ ,  $y < 0$ , 再把  $y=-x$  代入代数式即可求出答案.

### 方法总结

(1) 计算  $(\sqrt{a})^2$  时, 直接运用  $(\sqrt{a})^2 = a$ ;

(2) 计算  $\sqrt{a^2}$  一般有两个步骤: ①去根号及被开方数的指数, 写成绝对值的形式, 即  $\sqrt{a^2} = |a|$ ; ②去掉绝对值符号, 即  $|a| = \begin{cases} a (a \geq 0), \\ -a (a < 0). \end{cases}$

(2) ①  $\sqrt{(3.14-\pi)^2} = |3.14-\pi| = \pi-3$ . 14. 故答案为  $\pi-3$ . 14.

②  $\sqrt{x^2-4x+4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$ .  $\because x < 2$ ,  $\therefore x-2 < 0$ ,  $\therefore \sqrt{x^2-4x+4} = 2-x$ . 故答案为  $2-x$ .

(3)  $\sqrt{(x-5)^2} + \sqrt{(x-8)^2} = |x-5| + |x-8|$ .

①当  $x < 5$  时,  $x-5 < 0$ ,  $x-8 < 0$ , 原式  $= 5-x+8-x = 13-2x$ . 当  $13-2x = 3$  时,  $x = 5$ , 不符合题意, 舍去. ②当  $5 \leq x \leq 8$  时,  $x-5 \geq 0$ ,  $x-8 \leq 0$ , 原式  $= x-5+8-x = 3$ ; ③当  $x > 8$  时,  $x-5 > 0$ ,  $x-8 > 0$ , 原式  $= x-5+x-8 = 2x-13$ . 当  $2x-13 = 3$  时,  $x = 8$ , 不符合题意, 舍去.  $\therefore \sqrt{(x-5)^2} + \sqrt{(x-8)^2} = 3$ ,  $\therefore x$  的取值范围是  $5 \leq x \leq 8$ , 故答案为  $5 \leq x \leq 8$ .



### 刷提升

1. **A** 【解析】依题意得,  $1-2x \geq 0$ ,  $\therefore x \leq \frac{1}{2}$ ,

$\therefore \sqrt{4x^2-12x+9} - (\sqrt{1-2x})^2 = \sqrt{(2x-3)^2} - (\sqrt{1-2x})^2 = |2x-3| - (1-2x) = 3-2x-(1-2x) = 2$ , 故选 A.

2. **A** 【解析】 $\because |x-3| + \sqrt{x^2+8x+16} = 7$ ,  $\therefore |x-3| + |x+4| = 7$ ,  $\therefore -4 \leq x \leq 3$ ,  $\therefore 2|x+4| - \sqrt{(2x-6)^2} = 2(x+4) - |2x-6| = 2(x+4) - (6-2x) = 4x+2$ .

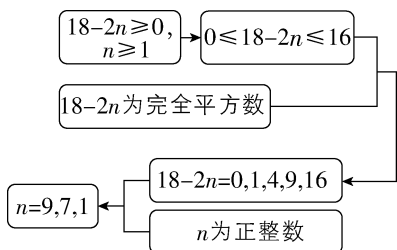
3. **B** 【解析】由二次根式中被开方数的非负性可得,  $a(x-a) \geq 0$ ,  $a(y-a) \geq 0$ ,  $x-a \geq 0$ ,  $a-y \geq 0$ . 由  $a(x-a) \geq 0$  和  $x-a \geq 0$  可以得到  $a \geq 0$ . 由  $a(y-a) \geq 0$  和  $a-y \geq 0$  可以得到  $a \leq 0$ ,  $\therefore a=0$ ,  $\therefore \sqrt{x} - \sqrt{-y} = 0$ ,  $\therefore x = -y$ , 即  $y = -x$ . 由于  $x, y, a$  是两两不同的实数,  $\therefore x > 0$ ,  $y < 0$ . 将  $y = -x$  代入原式得, 原式  $= \frac{3x^2+x(-x)-(-x)^2}{x^2-x(-x)+(-x)^2} = \frac{1}{3}$ . 故选 B.

4. **A** 【解析】由  $T_1, T_2, T_3, \dots$  的规律可得,  $T_1 = \frac{3}{2} = 1 + \left(1 - \frac{1}{2}\right)$ ,  $T_2 = \frac{7}{6} = 1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$ ,  $T_3 = \frac{13}{12} = 1 + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)$ ,  $\dots$ ,  $T_n = \sqrt{1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}} = \frac{n(n+1)+1}{n(n+1)} = 1 + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$ , 所以  $T_{2021} = \frac{2\,021 \times 2\,022 + 1}{2\,021 \times 2\,022} = 1 + \left(\frac{1}{2\,021} - \frac{1}{2\,022}\right)$ , 所以  $S_{2021} = T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_{2021} = 1 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) + 1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + 1 + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + 1 + \left(\frac{1}{2\,021} - \frac{1}{2\,022}\right) = (1+1+1+\dots+1) + \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2\,021} - \frac{1}{2\,022}\right) = 2\,021 + \left(1 - \frac{1}{2\,022}\right) = 2\,022 - \frac{1}{2\,022}$ .

$$\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2\,021} - \frac{1}{2\,022}\right) = 2\,021 + \left(1 - \frac{1}{2\,022}\right) = 2\,021 + \frac{2\,021}{2\,022} = 2\,021 \frac{2\,021}{2\,022}, \text{ 故}$$

选 A.

### 5. 9, 7, 1 【解析】



6. -12 【解析】根据题意, 得  $\begin{cases} x-3 \geq 0, \\ 3-x \geq 0, \end{cases}$  解得  $x=3$ ,  $\therefore y=-4$ ,  $\therefore xy=-4 \times 3 = -12$ . 故答案为 -12.

7.  $\pm \frac{1}{4}$  【解析】 $\because \sqrt{(2-a)^2} = |2-a| = a+3$ , 当  $a \geq 2$  时,  $a-2 = a+3$  不成立,  $\therefore a < 2$ , 则  $2-a = a+3$ , 解得  $a = -\frac{1}{2}$ .  $\therefore \sqrt{a-b+1} = a-b+1$ ,  $\therefore a-b+1=1$  或  $0$ , 解得  $b = \frac{1}{2}$  或  $-\frac{1}{2}$ ,  $\therefore ab = \pm \frac{1}{4}$ . 故答案为  $\pm \frac{1}{4}$ .

8.  $-\frac{2\sqrt{34}}{17}-4$  【解析】 $\because \sqrt{8-a^2} + 8\sqrt{2} = (2\sqrt{2}-a)b$ ,  $\therefore \sqrt{8-a^2} + 8\sqrt{2} = 2\sqrt{2}b - ab$ ,  $\therefore 8\sqrt{2} = 2\sqrt{2}b$ ,  $\sqrt{8-a^2} = -ab$ ,  $\therefore b=4$ ,  $\therefore \sqrt{8-a^2} = -4a$ ,  $\therefore 8-a^2 = 16a^2$ ,  $\therefore a^2 = \frac{8}{17}$ .  $\because \sqrt{8-a^2} = -4a \geq 0$ ,  $\therefore a = -\frac{2\sqrt{34}}{17}$ .  $\because 8-a^2 \geq 0$ ,  $\therefore -2\sqrt{2} \leq a \leq 2\sqrt{2}$ ,  $\therefore a = -\frac{2\sqrt{34}}{17}$  符合题意,  $\therefore a-b = -\frac{2\sqrt{34}}{17}-4$ .

9. 【解】由题意可知,  $x-2\,022 \geq 0$ , 解得  $x \geq 2\,022$ ,  $\therefore$  原式可化为  $x-2\,021+\sqrt{x-2\,022}=x$ , 整理得  $\sqrt{x-2\,022}=2\,021$ ,  $\therefore x-2\,022=2\,021^2$ ,  $\therefore x=2\,021^2+2\,022$ ,  $\therefore x-2\,022^2=2\,021^2+2\,022-2\,022^2=(2\,021+2\,022) \cdot (2\,021-2\,022)+2\,022=-4\,043+2\,022=-2\,021$ .

### 刷素养

10. 【解】(1)  $\because \sqrt{\frac{30}{a}} = \frac{1}{2}$ ,  $\therefore \frac{30}{a} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ ,  $\therefore a = 120$ , 故答案为 120.

(2) ①  $\because a=b=c$ ,  $\therefore \sqrt{\frac{30}{a}} = \sqrt{\frac{30}{b}} = \sqrt{\frac{30}{c}}$ . 又

### 思路分析

(2) ① 由  $a=b=c$  可得  $\sqrt{\frac{30}{a}} = \sqrt{\frac{30}{b}} = \sqrt{\frac{30}{c}} = \frac{1}{3}$ , 即可解;

② 设  $a=30t^2$ ,  $c=30m^2$  ( $t, m$  为正整数, 且  $t < m$ ), 由  $b=270$  可得  $\frac{1}{t} + \frac{1}{m} = \frac{2}{3}$ , 进行求解即可;

③ 设  $a=30x^2$ ,  $b=30y^2$ ,  $c=30z^2$  ( $x, y, z$  为正整数, 且  $x \leq y \leq z$ ), 可得  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$ , 根据分子为 1 的分数的特点进行讨论即可求解.

### 关键点拨

先去括号, 根据含  $\sqrt{2}$  部分对应相等, 得到  $b=4$ . 根据剩余部分对应相等及二次根式的非负性, 得到  $a = \frac{2\sqrt{34}}{17}$ , 即可求解.

$\because \sqrt{\frac{30}{a}} + \sqrt{\frac{30}{b}} + \sqrt{\frac{30}{c}} = 1$ ,  $\therefore \sqrt{\frac{30}{a}} = \sqrt{\frac{30}{b}} = \sqrt{\frac{30}{c}} = \frac{1}{3}$ ,  $\therefore \frac{30}{a} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$ ,  $\therefore a=b=c=270$ , 故答案为 270.

②  $\because b=270$ ,  $\therefore \sqrt{\frac{30}{a}} + \sqrt{\frac{30}{270}} + \sqrt{\frac{30}{c}} = 1$ ,  $\therefore \sqrt{\frac{30}{a}} + \sqrt{\frac{30}{c}} = \frac{2}{3}$ . 设  $a=30t^2$ ,  $c=30m^2$  ( $t, m$  为正整数, 且  $t < m$ ),  $\therefore \sqrt{\frac{30}{30t^2}} + \sqrt{\frac{30}{30m^2}} = \frac{2}{3}$ , 即  $\frac{1}{t} + \frac{1}{m} = \frac{2}{3}$ .  $\therefore \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$ ,  $\therefore \frac{1}{t} = \frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{m} = \frac{1}{6}$ ,  $\therefore t=2, m=6$ ,  $\therefore a=120, c=1\,080$ .

③ 设  $a=30x^2$ ,  $b=30y^2$ ,  $c=30z^2$  ( $x, y, z$  为正整数, 且  $x \leq y \leq z$ ).  $\therefore \sqrt{\frac{30}{a}} + \sqrt{\frac{30}{b}} + \sqrt{\frac{30}{c}} = 1$ ,  $\therefore \sqrt{\frac{30}{30x^2}} + \sqrt{\frac{30}{30y^2}} + \sqrt{\frac{30}{30z^2}} = 1$ ,  $\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$ . 又  $\because \frac{1}{x} \geq \frac{1}{y} \geq \frac{1}{z}$ ,  $\therefore \frac{1}{x} \geq \frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{z} \leq \frac{1}{3}$ . 当  $\frac{1}{x} = \frac{1}{3}$  时,  $\frac{1}{x} = \frac{1}{y} = \frac{1}{z} = \frac{1}{3}$ , 此时  $x=y=z=3$ ,  $a=b=c=270$ . 当  $\frac{1}{x} = \frac{1}{2}$  时,  $\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$ ,  $\therefore \frac{1}{2} > \frac{1}{y} \geq \frac{1}{4}$ ,  $\therefore$  当  $\frac{1}{y} = \frac{1}{3}$  时, 同 ②,  $a=120, b=270, c=1\,080$ ; 当  $\frac{1}{y} = \frac{1}{4}$  时,  $\frac{1}{z} = \frac{1}{4}$ ,  $\therefore a=120, b=480, c=480$ . 综上, “三元数组”共有 3 个. 故答案为 3.

### 课时 2 二次根式的性质



### 刷基础

1. B 【解析】 $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$ .

2. D 【解析】当  $x \geq 1$  时,  $\sqrt{x^2-1} = \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+1}$  成立, 故 A 选项不符合题意; 当  $x \geq -1$  时,  $\sqrt{(x+1)^2} = x+1$  成立, 故 B 选项不符合题意;  $\sqrt{-4}$  无意义, 当  $x > 0$  时,  $\sqrt{-x}$  无意义, 故 C 选项不符合题意; 对于任意实数  $x$ ,  $\sqrt{36x^4} = 6x^2$  成立, 故 D 选项符合题意. 故选 D.

3. C 【解析】 $\because x^2y \geq 0$  且  $xy < 0$ ,  $\therefore y > 0, x < 0$ ,  $\therefore$  原式  $= |x| \sqrt{y} = -x\sqrt{y}$ , 故选 C.

4.  $-2 \leq x \leq 0$  【解析】 $\because \sqrt{x^2(2+x)} = -x \cdot \sqrt{2+x}$ ,  $\therefore \begin{cases} x \leq 0, \\ 2+x \geq 0, \end{cases} \therefore -2 \leq x \leq 0$ ,  $\therefore$  等式成立的条件

是  $-2 \leq x \leq 0$ , 故答案为  $-2 \leq x \leq 0$ .

5. 【解】(1)  $\sqrt{108} = \sqrt{36 \times 3} = 6\sqrt{3}$ .

(2)  $\sqrt{0.001 \times 1.6} = \sqrt{0.01 \times 0.16} = \sqrt{0.01} \times \sqrt{0.16} = 0.1 \times 0.4 = 0.04$ .

(3)  $\sqrt{(-36) \times 16 \times (-9)} = \sqrt{36 \times 16 \times 9} = \sqrt{36} \times \sqrt{16} \times \sqrt{9} = 6 \times 4 \times 3 = 72$ .

(4)  $\sqrt{12a^2b^3} = \sqrt{12} \times \sqrt{a^2} \times \sqrt{b^3} = 2\sqrt{3} \times a \times b\sqrt{b} = 2ab\sqrt{3b}$ .

6. D 【解析】 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$  成立, 因为  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$  成立时, 一定满足  $a \geq 0, b > 0$ , 所以 A 不符合题意;  $\sqrt{\frac{1}{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}}$  成立, 因为  $\sqrt{\frac{1}{a}}$  有意义时, 一定满足  $a > 0$ , 所以 B 不符合题意;  $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{|a|}$  成立, 因为  $\sqrt{\frac{b}{a^2}}$  有意义时, 一定满足  $b \geq 0, a \neq 0$ , 所以 C 不符合题意;  $a \geq 0, b > 0$  时原式成立, 否则不成立, 如  $\sqrt{\frac{-2}{-3}} \neq \frac{\sqrt{-2}}{\sqrt{-3}}$ , 所以 D 符合题意. 故选 D.

7.  $-2 < x \leq 7$  【解析】由题意得  $\begin{cases} 7-x \geq 0, \\ x+2 > 0, \end{cases}$  解得  $-2 < x \leq 7$ .

8. 【解】(1)  $\sqrt{\frac{7}{64}} = \sqrt{\frac{7}{8^2}} = \frac{\sqrt{7}}{8}$ .

(2)  $\sqrt{0.27} = \sqrt{\frac{27}{100}} = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{9 \times 3}}{10} = \frac{3}{10}\sqrt{3}$ .

(3)  $\sqrt{1\frac{24}{25}} = \sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{25}} = \frac{7}{5}$ .

(4)  $\sqrt{\frac{8y}{25x^2}} = \frac{\sqrt{8y}}{\sqrt{25x^2}} = \frac{2\sqrt{2}y}{5|x|} = -\frac{2\sqrt{2}y}{5x}$ .

9. D 【解析】 $\sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{3}{10}} = \frac{\sqrt{30}}{10}$ , 故 A 选项不符合题意;  $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ , 故 B 选项不符合题意;  $\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 故 C 选项不符合题意;  $\sqrt{6}$  是最简二次根式, 故 D 选项符合题意. 故选 D.

10. 2 【解析】当  $a = 1$  时,  $\sqrt{3a+5} = \sqrt{8}$ , 不是最简二次根式; 当  $a = 2$  时,  $\sqrt{3a+5} = \sqrt{11}$ , 是最简二次根式, 符合要求.

11. 【解】(1)  $\sqrt{200} = \sqrt{100 \times 2} = 10\sqrt{2}$ .

(2)  $\sqrt{1.4} = \sqrt{\frac{7}{5}} = \sqrt{\frac{7 \times 5}{5 \times 5}} = \frac{\sqrt{35}}{5}$ .

### 易错警示

利用二次根式的性质化简时, 要保证每一步的变化都有意义, 不能出现被开方数是负数的情况.

(3)  $\sqrt{\frac{1}{32}} = \sqrt{\frac{1 \times 2}{32 \times 2}} = \frac{\sqrt{2}}{8}$ .

(4)  $-\sqrt{6\frac{2}{3}} = -\sqrt{\frac{20}{3}} = -\sqrt{\frac{20 \times 3}{3 \times 3}} = -\frac{2\sqrt{15}}{3}$ .

### 刷易错

12. 【解】不正确. 嘉琪忽视了二次根式有意义的条件: 被开方数都是非负数.

正确的解答过程: 原式  $= \sqrt{25 \times 4} = \sqrt{25} \times \sqrt{4} = 5 \times 2 = 10$ .

### 刷提升

1. D 【解析】 $\because \sqrt{135} = \sqrt{9 \times 15} = 3\sqrt{15}, \sqrt{450} = \sqrt{225 \times 2} = 15\sqrt{2}, \sqrt{180} = \sqrt{36 \times 5} = 6\sqrt{5}, \therefore k = 3, m = 2, n = 5, \therefore m < k < n$ .

2.  $-3 \leq a \leq 0$  【解析】 $\because \sqrt{a^3 + 3a^2} = \sqrt{a^2(a+3)} = -a\sqrt{a+3}, \therefore a \leq 0, a+3 \geq 0, \therefore -3 \leq a \leq 0$ .

3.  $-\sqrt{x}$  【解析】由二次根式有意义的条件可得  $\frac{x}{y^2} \geq 0$ . 又  $\because xy > 0, \therefore x > 0, y > 0, \therefore -y\sqrt{\frac{x}{y^2}} = -y \times \frac{\sqrt{x}}{|y|} = -y \times \frac{\sqrt{x}}{y} = -\sqrt{x}$ .

4. 3 75 【解析】

$\sqrt{\frac{300}{n}}$  化简  $\rightarrow 10\sqrt{\frac{3}{n}}$   $\xrightarrow{n \text{ 为正整数}}$   $\begin{cases} n \text{ 最小} \\ \text{值为 } 3 \end{cases}$

$\sqrt{\frac{300}{n}}$  越小,  $n$  越大  $\rightarrow \sqrt{\frac{300}{n}} = 2$  时,  $n$  取最大值 75

5. 【解】两位同学的解法都正确.

理由如下: 观察两位同学的解答过程可知, 都符合二次根式的性质, 且所得结果可相互转化,  $\frac{ab}{10} = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{70}}{10} = \frac{\sqrt{7} \times 70}{10 \times \sqrt{70}} = \frac{7\sqrt{7}}{\sqrt{70}} = \frac{7a}{b}$ , 所以两位同学的解法都正确.

6. 【解】(1)  $\because \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ , 且  $\sqrt{23-a}$  与  $\sqrt{8}$  化为最简二次根式后被开方数相同,  $\therefore 23-a = 2$  时,  $a = 21$ ;  $23-a = 8$  时,  $a = 15$ ;  $23-a = 18$  时,  $a = 5$ ;  $23-a = 32$  时,  $a = -9$  (不符合题意, 舍去),  $\therefore$  符合条件的正整数  $a$  的值为 5, 15, 21.

(2)  $\because 23-a = 50$  时,  $a = -27$ ;  $23-a = 72$  时,  $a = -49$ ;  $\dots, \therefore$  如果  $a$  是整数, 那么符合条件的  $a$  有无数个, 其中  $a$  的最大值为 21. 没有最小值.

关键点拨 掌握最简二次根式的概念是解决此题的关键.

### 刷有所得

化简二次根式: (1) 将被开方数中能开得尽方的因数或者因式进行开方; (2) 若被开方数中含有带分数应先将其化成假分数, 再去分母, 并将能开得尽方的因数或者因式进行开方.

刷素养

7. 【解】(1)  $\sqrt{\frac{16}{5}} = 4\sqrt{\frac{1}{5}}, \sqrt{\frac{25}{6}} = 5\sqrt{\frac{1}{6}}.$

(2) 规律为  $\sqrt{n + \frac{1}{n+2}} = (n+1)\sqrt{\frac{1}{n+2}}$ . 证明: 左

边  $= \sqrt{n + \frac{1}{n+2}} = \sqrt{\frac{n^2 + 2n + 1}{n+2}} = \sqrt{\frac{(n+1)^2}{n+2}} = (n+1)\sqrt{\frac{1}{n+2}} =$  右边, 故等式成立.

1)  $\sqrt{\frac{1}{n+2}} =$  右边, 故等式成立.

(3)  $\because \sqrt{a + \frac{1}{b}} = 11\sqrt{\frac{1}{b}}$  ( $a, b$  均为正整数),

且该等式符合上述规律,  $\therefore a+1=11, b=a+2$ , 解得  $a=10, b=12, \therefore a+b=22$ . 故答案为 22.

## 15.2 二次根式的乘除运算

### 刷基础

1. D 【解析】A 选项, 原式  $= \sqrt{2 \times 5} = \sqrt{10}$ ; B 选项, 原式  $= 8\sqrt{\frac{1}{8}} = 8 \times \frac{\sqrt{8}}{8} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ ; C 选项, 原式  $= \sqrt{2 \times 6} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ; D 选项, 原式  $= \sqrt{12 \times \frac{3}{4}} = \sqrt{9} = 3$ . 故选 D.

2. D 【解析】A 选项,  $\sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{3} = 1$ , 结果是有理数, 不合题意; B 选项,  $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$ , 结果是有理数, 不合题意; C 选项,  $\sqrt{12} \times \sqrt{3} = 6$ , 结果是有理数, 不合题意; D 选项,  $\sqrt{6} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{2}$ , 结果是无理数, 符合题意. 故选 D.

3.  $-\frac{1}{6}$  【解析】由题意可得  $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3}a = -1$ ,  $\therefore 6a = -1$ , 解得  $a = -\frac{1}{6}$ . 故答案为  $-\frac{1}{6}$ .

4.  $\sqrt{3}$  (答案不唯一) 【解析】因为计算  $\sqrt{12} \times m$  的结果为正整数, 所以无理数  $m$  的值可以是  $\sqrt{3}$  (答案不唯一).

5. 2 6 【解析】 $\sqrt{2} \times \sqrt{12} = \sqrt{2} \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{6}$ ,  $\therefore a=2, b=6$ .

6.  $\sqrt{5}$  【解析】根据三角形的面积公式可知,  $S = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{10} = \frac{1}{2} \sqrt{2 \times 10} = \sqrt{5} (\text{cm}^2)$ .

7. 【解】(1)  $\sqrt{5} \times \sqrt{20} = \sqrt{5 \times 20} = \sqrt{100} = 10$ .

(2)  $5\sqrt{3} \times 2\sqrt{6} = 5 \times 2 \sqrt{3 \times 6} = 10\sqrt{3^2 \times 2} = 10\sqrt{3^2} \times \sqrt{2} = 30\sqrt{2}$ .

(3)  $-2\sqrt{15} \times \left(-\sqrt{\frac{5}{3}}\right) = 2\sqrt{15} \times \sqrt{\frac{5}{3}} =$

### 刷有所得

两个二次根式相除, 先把根号前面的系数相除, 再将被开方数相除. 要注意将结果化为最简二次根式.

### 刷有所得

两个二次根式相乘, 先把根号前面的系数相乘, 再将被开方数相乘, 根指数不变. 如果积中有能开得尽方的因数或因式, 一定要把它们开出来.

$2\sqrt{15 \times \frac{5}{3}} = 2\sqrt{25} = 10.$

(4)  $\sqrt{6a^3} \times \sqrt{\frac{3a}{2}} = \sqrt{6a^3 \times \frac{3a}{2}} = \sqrt{9a^4} = 3a^2.$

8. B 【解析】 $\sqrt{27} \div \sqrt{3} = \sqrt{27 \div 3} = \sqrt{9} = 3$ , 故 A 错误;  $\sqrt{48} \div \sqrt{16} = \sqrt{48 \div 16} = \sqrt{3}$ , 故 B 正确;

$\sqrt{20} \div \sqrt{4} = \sqrt{20 \div 4} = \sqrt{5}$ , 故 C 错误;  $\sqrt{\frac{4}{3}} \div$

$\sqrt{\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{4}{3} \div \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{4}{3} \times 9} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ , 故 D 错误. 故选 B.

9.  $-m$  【解析】 $\because mn > 0, m+n < 0, \therefore m < 0, n < 0$ ,

$\frac{n}{m} > 0, \therefore$  原式  $= \sqrt{mn \div \frac{n}{m}} = \sqrt{m^2} = |m| = -m$ ,

故答案为  $-m$ .

10. 【解】(1)  $\frac{10\sqrt{5}}{\sqrt{75}} = \frac{10\sqrt{5}}{5\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} =$

$\frac{2\sqrt{15}}{3}.$

(2)  $\sqrt{90} \div \sqrt{3 \frac{3}{5}} = \sqrt{90 \div \frac{18}{5}} = \sqrt{90 \times \frac{5}{18}} = \sqrt{5 \times 5} = 5.$

(3)  $-\sqrt{1 \frac{2}{3}} \div \sqrt{\frac{5}{54}} = -\sqrt{\frac{5}{3} \div \frac{5}{54}} = -\sqrt{\frac{5}{3} \times \frac{54}{5}} = -\sqrt{18} = -3\sqrt{2}.$

(4)  $\sqrt{4 \frac{1}{2}} \div \left(-\sqrt{2 \frac{1}{4}}\right) = -\sqrt{\frac{9}{2} \div \frac{9}{4}} = -\sqrt{\frac{9}{2} \times \frac{4}{9}} = -\sqrt{2}.$

11. C 【解析】小明的方法为原式分子、分母乘分母的有理化因式, 化简得到结果; 小亮的方法为将  $m$  化为  $(\sqrt{m})^2$ , 然后约分即可得到结果; 小丽的方法为将分子利用二次根式性质变形, 再利用二次根式除法法则计算即可得到结果. 故选 C.

12.  $\frac{\sqrt{2}}{5} < \sqrt{\frac{2}{5}} < \frac{2}{\sqrt{5}}$  【解析】 $\because \sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}, \frac{2}{\sqrt{5}} =$

$\frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{\sqrt{20}}{5}, \sqrt{2} < \sqrt{10} < \sqrt{20}, \therefore \frac{\sqrt{2}}{5} < \sqrt{\frac{2}{5}} < \frac{2}{\sqrt{5}}.$

故答案为  $\frac{\sqrt{2}}{5} < \sqrt{\frac{2}{5}} < \frac{2}{\sqrt{5}}.$

### 刷提升

1. A 【解析】 $2\sqrt{12} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \div 3\sqrt{2} = \left(2 \times \frac{1}{4} \div 3\right) \times$

$$\sqrt{12 \times 3 \div 2} = \frac{1}{6} \sqrt{18} = \frac{1}{6} \times 3\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ 故选 A.}$$

2. **A** 【解析】 $\sqrt{\frac{a}{b}} \div \sqrt{ab} \cdot \sqrt{\frac{1}{ab}} = \sqrt{\frac{a}{b} \times \frac{1}{ab} \times \frac{1}{ab}} = \sqrt{\frac{1}{ab^3}} = \frac{1}{ab^2} \sqrt{ab}$ , 故选 A.

3.  $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$  【解析】由题意, 得  $8 * 12 = \frac{8-12}{\sqrt{8+12}} = \frac{-4}{\sqrt{20}} = \frac{-4 \times \sqrt{5}}{\sqrt{20} \times \sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

4.  $\frac{89}{6}$  【解析】 $(\sqrt{x}-\sqrt{y})^4 + (\sqrt{x}+\sqrt{y})^4 = [(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 + (\sqrt{x}+\sqrt{y})^2]^2 - 2(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2 = (x-2\sqrt{xy}+y+x+2\sqrt{xy}+y)^2 - 2(x-y)^2 = (2x+2y)^2 - 2(x^2-2xy+y^2) = 4x^2+8xy+4y^2-2x^2+4xy-2y^2 = 2x^2+12xy+2y^2$ .  $\because x>0, y>0, x^2+y^2=36, (\sqrt{x}-\sqrt{y})^4 + (\sqrt{x}+\sqrt{y})^4 = 250, \therefore 2x^2+12xy+2y^2 = 2(x^2+y^2) + 12xy = 2 \times 36 + 12xy = 72 + 12xy = 250$ , 解得  $xy = \frac{89}{6}$ , 故答案为  $\frac{89}{6}$ .

5. 【解】(1)  $\because a$  与  $\sqrt{2}$  是关于 8 的共轭二次根式,  $\therefore \sqrt{2}a = 8, \therefore a = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$ . 故答案为  $4\sqrt{2}$ .

(2)  $\because 2+\sqrt{2}$  与  $4+\sqrt{2}m$  是关于 4 的共轭二次根式,  $\therefore (2+\sqrt{2}) \cdot (4+\sqrt{2}m) = 4$ .

$$\therefore 4+\sqrt{2}m = \frac{4}{2+\sqrt{2}} = \frac{4(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})} = 4-2\sqrt{2}.$$

$$\therefore m = -2.$$

6. 【解】由题意得铁桶的底面积为

$$\frac{\sqrt{30} \times 5\sqrt{2} \times 5\sqrt{6}}{\sqrt{10}} = \frac{5 \times 5 \sqrt{30 \times 2 \times 6}}{\sqrt{10}} =$$

$$\frac{25 \times 6 \sqrt{10}}{\sqrt{10}} = 150 (\text{cm}^2).$$

因为  $\sqrt{150} = 5\sqrt{6}$ , 所以铁桶的底面边长为  $5\sqrt{6}$  cm.

7. 【解】 $\because \sqrt{a+b-2022} \times \sqrt{2022-a-b} = \sqrt{[(a+b)-2022][2022-(a+b)]} =$

$$\sqrt{-[2022-(a+b)]^2}, \therefore 2022-(a+b) = 0,$$

$$\therefore a+b = 2022. \therefore \sqrt{3x-y-7} + \sqrt{x-2y-4} =$$

$$\sqrt{a+b-2022} \times \sqrt{2022-a-b}, \therefore \sqrt{3x-y-7} +$$

$$\sqrt{x-2y-4} = 0, \therefore \begin{cases} 3x-y-7=0, \\ x-2y-4=0, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=2, \\ y=-1. \end{cases}$$

将  $x=2, y=-1$  代入  $7x-y^{2023}$ , 得  $7 \times 2 -$

### 关键点拨

由题意可知  $(a, b)$  的一对“对称数对”

为  $(\frac{1}{\sqrt{a}}, \sqrt{b})$  和  $(\sqrt{b}, \frac{1}{\sqrt{a}})$ .

### 关键点拨

根据完全平方公式和平方差

公式将  $(\sqrt{x}-\sqrt{y})^4 + (\sqrt{x}+\sqrt{y})^4 = 250$  变形, 然后计算求值即可.

$$(-1)^{2023} = 14 - (-1) = 14 + 1 = 15, \therefore 7x - y^{2023} = 15.$$

8. 【解】(1) 由题意, 得  $m = \frac{1}{\sqrt{25}} = \frac{1}{5}, n = \sqrt{4} = 2,$

$\therefore (25, 4)$  的一对“对称数对”为  $(\frac{1}{5}, 2)$  与

$$(2, \frac{1}{5}).$$

(2) 由题意, 得  $m = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}, n = \sqrt{y}. \therefore$  数对  $(3,$

$y)$  的一对“对称数对”相同,  $\therefore m = n, \therefore \frac{\sqrt{3}}{3} =$

$$\sqrt{y}, \therefore y = \frac{1}{3}.$$

(3) 由题意, 得  $\frac{1}{\sqrt{a}} = \sqrt{3}, \sqrt{b} = 3\sqrt{3}$  或  $\frac{1}{\sqrt{a}} = 3\sqrt{3},$

$$\sqrt{b} = \sqrt{3}, \therefore a = \frac{1}{3}, b = 27 \text{ 或 } a = \frac{1}{27}, b = 3, \therefore ab =$$

$$9 \text{ 或 } ab = \frac{1}{9}.$$

## 15.3 二次根式的加减运算



### 刷基础

1. **D** 【解析】A 选项,  $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ , 不符合题意; B 选项,  $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ , 不符合题意; C 选项,  $\sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ , 不符合题意; D 选项,  $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ , 符合题意. 故选 D.

2. **A** 【解析】 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}. \therefore$  最简二次根式  $\sqrt{a+2}$  与  $\sqrt{12}$  能够合并,  $\therefore a+2=3, \therefore a=1$ . 故选 A.

3. ①③ 【解析】判断二次根式能否合并的方法: 先化成最简二次根式, 再看被开方数是否相同, 若相同则能合并, 否则不能合并.

①  $\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{3}$  与  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  不能合并, ①符合题意

②  $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}, \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ , 所以  $\sqrt{8}$  与  $\sqrt{50}$  能合并, ②不符合题意

③  $\sqrt{4x^3} = 2x\sqrt{x}, \sqrt{8x^3} = 2x\sqrt{2x}$ , 所以  $\sqrt{4x^3}$  与  $\sqrt{8x^3}$  不能合并, ③符合题意

④  $\sqrt{3a^2x^3} = |a|x\sqrt{3x}$ , 所以  $\sqrt{3x}$  与  $\sqrt{3a^2x^3}$  能合并, ④不符合题意

4. **C** 【解析】 $4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$ , 故 A 选项计算错误;  $\sqrt{2}$  和  $\sqrt{3}$  不能合并, 故 B 选项计算错误;  $\sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ , 故 C 选项计算正确;



3 和  $2\sqrt{2}$  不能合并, 故 D 选项计算错误. 故选 C.

**5. B** 【解析】 $\because a + \sqrt{12} = \sqrt{27}, \therefore a = \sqrt{27} - \sqrt{12} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$ .  $\because \sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}, \therefore 1 < \sqrt{3} < 2$ , 即  $1 < a < 2$ ,  $\therefore$  表示实数  $a$  的点会落在题图所示数轴的段②上.

**6.  $\frac{5}{2}$**  【解析】 $\because \sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{\frac{1}{4}} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + \frac{1}{2} = 5\sqrt{2} + \frac{1}{2} = a + b\sqrt{2}, \therefore a = \frac{1}{2}, b = 5, \therefore ab = \frac{5}{2}$ .

**7.  $3\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$  或  $6\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$**  【解析】当  $2\sqrt{3}$  为等腰三角形的腰长,  $3\sqrt{2}$  为底边长时, 可以构成三角形, 所以其周长为  $3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$ ; 当  $3\sqrt{2}$  为等腰三角形的腰长,  $2\sqrt{3}$  为底边长时, 可以构成三角形, 所以其周长为  $3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} = 6\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ .

**8.  $3\sqrt{3} + \sqrt{2}$**  【解析】 $\because 3 > 2, 8 < 12, \therefore$  原式  $= (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{8} + \sqrt{12}) = \sqrt{3} - \sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3} + \sqrt{2}$ , 故答案为  $3\sqrt{3} + \sqrt{2}$ .

**9. 【解】**(1)  $3\sqrt{48} - 9\sqrt{\frac{1}{3}} + 3\sqrt{12} = 12\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = (12 - 3 + 6)\sqrt{3} = 15\sqrt{3}$ .

(2)  $\sqrt{32} - \sqrt{\frac{1}{3}} + 4\sqrt{0.5} + \sqrt{27} = 4\sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} = 6\sqrt{2} + \frac{8\sqrt{3}}{3}$ .

(3)  $(\sqrt{48} + \sqrt{20}) + (\sqrt{12} - \sqrt{5}) = \sqrt{48} + \sqrt{20} + \sqrt{12} - \sqrt{5} = 4\sqrt{3} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{3} - \sqrt{5} = 6\sqrt{3} + \sqrt{5}$ .

(4)  $6\left(\sqrt{\frac{8}{3}} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right) - \sqrt{6} + \sqrt{0.125} - \sqrt{32} = 6\left(\frac{2\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \sqrt{6} + \frac{\sqrt{2}}{4} - 4\sqrt{2} = 4\sqrt{6} + 3\sqrt{2} - \sqrt{6} + \frac{\sqrt{2}}{4} - 4\sqrt{2} = 3\sqrt{6} - \frac{3\sqrt{2}}{4}$ .

**10. 【解】**她的猜想正确. 求解过程如下:

$\because \left(\sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) + \left(\sqrt{\frac{4}{3}} - 4\sqrt{\frac{1}{2}}\right) = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{2} = -\sqrt{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}, \therefore -\sqrt{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3}\sqrt{18} = -\sqrt{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \therefore 3\sqrt{\frac{1}{27}} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \therefore$  她的猜想正确.

**刷提升** .....

**1. C** 【解析】 $\because$  最简根式  $\sqrt[n]{m}$  与  $\sqrt{3m+n}$  可以合

**思路分析**  
(3) 先求出剩余木板的长为  $3\sqrt{2}$  dm, 宽为  $\sqrt{2}$  dm, 然后根据  $2 \times 1.5 < 3\sqrt{2} < 3 \times 1.5, 1 < \sqrt{2} < 1.5$ , 即可得到结果.

**刷有所得**  
二次根式加减运算的步骤:  
①化简: 将二次根式化成最简二次根式;  
②判断: 找出被开方数相同的二次根式;  
③合并: 类似于合并同类项, 将被开方数相同的二次根式合并.

并,  $\therefore \begin{cases} m+n=2, \\ 3m+n=n, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} m=0, \\ n=2, \end{cases}$  故选 C.

**2.  $190\sqrt{5}$**  【解析】 $\because \sqrt{2\ 000} = 20\sqrt{5}, \therefore \sqrt{1\ 999} < 20\sqrt{5}, \therefore$  在  $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{1\ 999}$  这 1 999 个式子中, 与  $\sqrt{2\ 000}$  可以合并的最简二次根式有  $\sqrt{5}, 2\sqrt{5}, 3\sqrt{5}, \dots, 19\sqrt{5}, \therefore \sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + \dots + 19\sqrt{5} = (1+2+3+\dots+19)\sqrt{5} = 190\sqrt{5}$ , 故答案为  $190\sqrt{5}$ .

**3. 【解】**原式  $= \frac{1}{2}a \cdot 2\sqrt{a} + 16a \cdot \frac{\sqrt{a}}{3} - 4a^2 \cdot \frac{\sqrt{a}}{a} = a\sqrt{a} + \frac{16a}{3}\sqrt{a} - 4a\sqrt{a} = \frac{7a}{3}\sqrt{a}$ . 当  $a=9$  时, 原式  $= \frac{7 \times 9}{3} \times \sqrt{9} = 63$  (答案不唯一).

**4. 【解】**(1)  $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$  (dm),  $\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$  (dm), 故答案为  $3\sqrt{2}, 4\sqrt{2}$ .

(2)  $\because$  长方形木板的长为  $3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$  (dm), 宽为  $4\sqrt{2}$  dm,  $\therefore$  剩余木板的面积为  $7\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} - 18 - 32 = 56 - 18 - 32 = 6$  (dm<sup>2</sup>).

(3) 最多能截出 2 个长为 1.5 dm, 宽为 1 dm 的长方形木条. 理由: 剩余木板的长为  $3\sqrt{2}$  dm, 宽为  $4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$  (dm).  $\because 2 \times 1.5 < 3\sqrt{2} < 3 \times 1.5, 1 < \sqrt{2} < 1.5, \therefore$  最多能截出 2 个长为 1.5 dm, 宽为 1 dm 的长方形木条.

**5. 【解】**存在正整数  $a, b (a > b)$ , 使其满足  $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{108}$ .  $\because \sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}, \therefore \sqrt{a}, \sqrt{b}$  与  $6\sqrt{3}$  是可以合并的二次根式.  $\because a, b$  为正整数且  $a > b, \therefore \sqrt{a} > \sqrt{b}, \therefore \sqrt{a} = 5\sqrt{3}, \sqrt{b} = \sqrt{3}$  或  $\sqrt{a} = 4\sqrt{3}, \sqrt{b} = 2\sqrt{3}, \therefore a = 75, b = 3$  或  $a = 48, b = 12$ .

**刷素养** .....

**6. 【解】**(1) ①  $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$ , 故答案为  $a + b + 2\sqrt{ab}$ .

②  $(\sqrt{a+b})^2 = a + b$ , 故答案为  $a + b$ .

③  $\because 0 < a < b, \therefore a + b + 2\sqrt{ab} > a + b, \therefore (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > (\sqrt{a+b})^2, \therefore \sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$ . 故答案为  $>$ .

(2) 选择①. 证明如下: 由  $a + b > c$ , 且  $a, b, c$  均大于 0, 得  $(\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 > (\sqrt{c})^2$ . 配方, 得  $(\sqrt{a})^2 + 2 \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + (\sqrt{b})^2 > (\sqrt{c})^2 + 2 \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, \therefore (\sqrt{a})^2 + 2 \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + (\sqrt{b})^2 > (\sqrt{c})^2$ , 即

$$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 > (\sqrt{c})^2, \therefore \sqrt{a}+\sqrt{b} > \sqrt{c}.$$

选择②. 证明如下: 由  $a+b>c$ , 得  $a>c-b$ , 则

$$(\sqrt{a})^2 > (\sqrt{c})^2 - (\sqrt{b})^2, \text{ 即 } (\sqrt{a})^2 > (\sqrt{c}+\sqrt{b}) \cdot$$

$$(\sqrt{c}-\sqrt{b}). \therefore 0 < a < b < c, \therefore \sqrt{a} < \sqrt{c}+\sqrt{b}, \therefore \sqrt{a} >$$

$$\sqrt{c}-\sqrt{b}, \text{ 即 } \sqrt{a}+\sqrt{b} > \sqrt{c}. \text{ (任选其中一种即可) } \rightarrow \text{关键点拨}$$

## 15.4 二次根式的混合运算

### 刷基础

1. **B** 【解析】原式  $= 2 + \sqrt{10}$ .  $\therefore 3 < \sqrt{10} < 4, \therefore 5 < 2 + \sqrt{10} < 6$ , 故选 B.

2. **C** 【解析】 $(5\sqrt{2}-\sqrt{2})+\sqrt{2}=5\sqrt{2}, (5\sqrt{2}-\sqrt{2})-\sqrt{2}=3\sqrt{2}, (5\sqrt{2}-\sqrt{2})\times\sqrt{2}=10-2=8, (5\sqrt{2}-\sqrt{2})\div\sqrt{2}=4. \therefore 4 < 3\sqrt{2} < 5\sqrt{2} < 8, \therefore$  这个运算符号应该是“ $\times$ ”. 故选 C.

3.  $6-7\sqrt{3}$  【解析】原式  $= \sqrt{36}-\sqrt{6\times 18}-\sqrt{3}=6-6\sqrt{3}-\sqrt{3}=6-7\sqrt{3}$ , 故答案为  $6-7\sqrt{3}$ .

4.  $6\sqrt{6}$  【解析】 $\therefore$  各行、各列及各条对角线上的三个实数之积均相等,  $\therefore 6a=3\sqrt{3}b=6\sqrt{2}c=9\sqrt{6}$ , 解得  $a=\frac{3\sqrt{6}}{2}, b=3\sqrt{2}, c=\frac{3\sqrt{3}}{2}, \therefore a+bc=\frac{3\sqrt{6}}{2}+3\sqrt{2}\times\frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{6}}{2}+\frac{9\sqrt{6}}{2}=6\sqrt{6}$ , 故答案为  $6\sqrt{6}$ .

5.  $3-\sqrt{6}$  【解析】 $\therefore \sqrt{24}-\sqrt{\frac{6}{5}}\times\sqrt{45}=2\sqrt{6}-3\sqrt{6}, \therefore 2\sqrt{6}-3\sqrt{6}=2\sqrt{P}+Q\sqrt{6}, \therefore P=6, Q=-3, \therefore P+Q=6+(-3)=3, M=2\sqrt{6}-3\sqrt{6}=-\sqrt{6}$ .

6. 【解】(1) 原式  $= 7\sqrt{3}+2-\sqrt{3}=6\sqrt{3}+2$ .

$$(2) \text{ 原式 } = \sqrt{2}-1+3\sqrt{2}+3-2=4\sqrt{2}.$$

$$(3) \text{ 原式 } = \sqrt{6\times 2}+\sqrt{24\div 3}-2\sqrt{3}=2\sqrt{3}+2\sqrt{2}-2\sqrt{3}=2\sqrt{2}.$$

7. **D** 【解析】 $(\sqrt{5}-2)^{2025}(2+\sqrt{5})^{2024}=(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}-2)^{2024}(2+\sqrt{5})^{2024}=(\sqrt{5}-2)[(\sqrt{5}-2)(2+\sqrt{5})]^{2024}=(\sqrt{5}-2)[(\sqrt{5})^2-2^2]^{2024}=(\sqrt{5}-2)(5-4)^{2024}=(\sqrt{5}-2)\times 1^{2024}=1\times(\sqrt{5}-2)=\sqrt{5}-2$ , 故选 D.

8.  $-16\sqrt{5}$  【解析】 $\therefore a=4+2\sqrt{5}, b=4-2\sqrt{5}, \therefore a^2b-ab^2=ab(a-b)=(4+2\sqrt{5})(4-2\sqrt{5})(4+2\sqrt{5}-4+2\sqrt{5})=(16-20)\times 4\sqrt{5}=-16\sqrt{5}$ .

9.  $4\sqrt{15}$  【解析】剩余部分的面积为  $(\sqrt{3}+$

(2) 运用完全平方公式进行配方:  $a+b+2\sqrt{ab}=(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2$ , 运用平方差公式进行因式分解:  $c-b=(\sqrt{c}+\sqrt{b})\cdot(\sqrt{c}-\sqrt{b})$ .

思路分析 4. 4 【解析】因为  $a+3\sqrt{b}=8, b+3\sqrt{a}=8$ , 所以  $a-b+3\sqrt{b}-3\sqrt{a}=0$ , 故  $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})-3(\sqrt{a}-\sqrt{b})=0$ . 因为  $a\neq b$ , 所以  $\sqrt{a}\neq\sqrt{b}$ , 所以易得  $\sqrt{a}+\sqrt{b}=3$ . 因为  $a+b+3(\sqrt{a}+\sqrt{b})=16$ , 所以  $a+b=7$ , 故  $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2-2\sqrt{ab}=7$ , 所以  $\sqrt{ab}=1$ , 则原式  $= 3+1=4$ . 故答案为 4.

$$\sqrt{5})^2-(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2=(\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{5}-\sqrt{3})\times(\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{5}+\sqrt{3})=2\sqrt{5}\times 2\sqrt{3}=4\sqrt{15}(\text{cm}^2).$$
 故答案为  $4\sqrt{15}$ .

10.  $>$  【解析】 $\therefore (\sqrt{17}+\sqrt{13})^2=17+2\sqrt{221}+13=30+2\sqrt{221}, (\sqrt{19}+\sqrt{11})^2=19+2\sqrt{209}+11=30+2\sqrt{209}$ , 且  $\sqrt{17}+\sqrt{13}>0, \sqrt{19}+\sqrt{11}>0, 30+2\sqrt{221}>30+2\sqrt{209}, \therefore (\sqrt{17}+\sqrt{13})^2>(\sqrt{19}+\sqrt{11})^2, \therefore \sqrt{17}+\sqrt{13}>\sqrt{19}+\sqrt{11}$ , 故答案为  $>$ .

11. 【解】(1)  $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy. \therefore x=\sqrt{3}+1, y=\sqrt{3}-1, \therefore x+y=\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1=2\sqrt{3}, xy=(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)=3-1=2, \therefore$  原式  $= (2\sqrt{3})^2-2\times 2=12-4=8$ .  
(2)  $2x^2+5xy+2y^2=2(x^2+2xy+y^2)+xy=2(x+y)^2+xy. \therefore x=\sqrt{3}+1, y=\sqrt{3}-1, \therefore x+y=\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1=2\sqrt{3}, xy=(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)=3-1=2, \therefore$  原式  $= 2\times(2\sqrt{3})^2+2=2\times 12+2=24+2=26$ .

### 刷提升

1. **B** 【解析】 $\therefore 9 < 13 < 16, \therefore 3 < \sqrt{13} < 4, \therefore 2 < 6-\sqrt{13} < 3, \therefore 6-\sqrt{13}$  的整数部分  $x=2$ , 则小数部分是  $6-\sqrt{13}-2=4-\sqrt{13}$ , 即  $y=4-\sqrt{13}, \therefore (2x+\sqrt{13})y=(4+\sqrt{13})(4-\sqrt{13})=16-13=3$ . 故选 B.

2. **B** 【解析】根据题意, 得小长方形卡片的长为  $(\sqrt{21}-2)$  cm, 则题图(2)中阴影部分的周长和是  $2\times[(\sqrt{21}-2)+(4-2)]+2\times[2+4-(\sqrt{21}-2)]=2\sqrt{21}+2\times(8-\sqrt{21})=2\sqrt{21}+16-2\sqrt{21}=16(\text{cm})$ .

3.  $3$  【解析】 $\therefore 2\otimes 4=\sqrt{2}\times\sqrt{4}+\sqrt{\frac{2}{4}}=2\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}, \therefore (2\otimes 4)*\sqrt{2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}*\sqrt{2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{2}-(\sqrt{2})^2=5-2=3$ .

4. 4 【解析】因为  $a+3\sqrt{b}=8, b+3\sqrt{a}=8$ , 所以  $a-b+3\sqrt{b}-3\sqrt{a}=0$ , 故  $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})-3(\sqrt{a}-\sqrt{b})=0$ . 因为  $a\neq b$ , 所以  $\sqrt{a}\neq\sqrt{b}$ , 所以易得  $\sqrt{a}+\sqrt{b}=3$ . 因为  $a+b+3(\sqrt{a}+\sqrt{b})=16$ , 所以  $a+b=7$ , 故  $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2-2\sqrt{ab}=7$ , 所以  $\sqrt{ab}=1$ , 则原式  $= 3+1=4$ . 故答案为 4.

5. 【解】原式  $= \left(\frac{1}{a-\sqrt{ab}}+\frac{1}{\sqrt{ab}+b}\right)\cdot\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{\sqrt{ab}}$



$$\begin{aligned}
 &= \left[ \frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-\sqrt{b})} + \frac{1}{\sqrt{b}(\sqrt{a}+\sqrt{b})} \right] \cdot \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{\sqrt{ab}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-\sqrt{b})} \cdot \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{\sqrt{ab}} + \frac{1}{\sqrt{b}(\sqrt{a}+\sqrt{b})} \cdot \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{\sqrt{ab}} \\
 &= \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{b\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{ab}+b}{ab} + \frac{a-\sqrt{ab}}{ab} = \frac{\sqrt{ab}+b+a-\sqrt{ab}}{ab} = \frac{a+b}{ab} \\
 &\because a=\sqrt{3}+1, b=\sqrt{3}-1, \therefore a+b=\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1=2\sqrt{3}, ab=(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)=2, \therefore \frac{a+b}{ab} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.
 \end{aligned}$$

### 思路分析

(1) ①根据平方差公式可解答. ②两边同时平方将根号化去, 解方程即可.  
(2) 先把各个分数分母有理化, 再裂项相消即可.

6. 【解】(1) 原式  $= \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = -\frac{9\sqrt{2}}{2}$ .

(2)  $\because \frac{\sqrt{2}}{2} \div \sqrt{8} \times \sqrt{18} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2\sqrt{2}} \times 3\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$ ,  
 $\therefore \frac{3\sqrt{2}}{4} \square 4\sqrt{2} = -\frac{13\sqrt{2}}{4}$ ,  $\therefore$  推算  $\square$  内的符号为 “-”.

(3) 最大数为  $12 - \frac{7\sqrt{2}}{2}$ .  $\because \frac{\sqrt{2}}{2} < 1, \sqrt{8} > 1, \sqrt{18} > 1$ , 且在 “ $\frac{\sqrt{2}}{2} \square \sqrt{8} \square \sqrt{18} - 4\sqrt{2}$ ” 的  $\square$  内填入运算符号后, 要使计算所得的数最大,  $\therefore \square$  内分别依次填入 “+” “ $\times$ ”, 则  $\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{8} \times \sqrt{18} - 4\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 12 - \frac{7\sqrt{2}}{2}$ .

### 刷素养

7. 【解】(1) ①  $\because (\sqrt{20-x} + \sqrt{4-x}) \times (\sqrt{20-x} - \sqrt{4-x}) = (\sqrt{20-x})^2 - (\sqrt{4-x})^2 = 20-x-4+x = 16$ , 且  $\sqrt{20-x} + \sqrt{4-x} = 8$ ,  $\therefore \sqrt{20-x} - \sqrt{4-x} = 2$ . 故答案为 2.

②  $\sqrt{20-x} + \sqrt{4-x} = 8$ , 移项得  $\sqrt{20-x} = 8 - \sqrt{4-x}$ , 两边同时平方得  $20-x = 64 - 16\sqrt{4-x} + 4-x$ , 整理得  $\sqrt{4-x} = 3$ , 两边同时平方得  $4-x = 9$ ,  $\therefore x = -5$ , 则原方程的解是  $x = -5$ .

(2)  $\frac{1}{3+\sqrt{3}} + \frac{1}{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}} + \frac{1}{7\sqrt{5}+5\sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{2\,023\sqrt{2\,021}+2\,021\sqrt{2\,023}} = \frac{3-\sqrt{3}}{6} + \frac{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}{30} + \frac{7\sqrt{5}-5\sqrt{7}}{70} + \dots + \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}.$

### 另解

$$\begin{aligned}
 &\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \div \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\
 &= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \\
 &= \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{10}}{2\sqrt{3}-\sqrt{6}} < 1, \\
 &\therefore \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}} < \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\frac{2\,023\sqrt{2\,021}-2\,021\sqrt{2\,023}}{2\,023^2 \times 2\,021-2\,021^2 \times 2\,023} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{6} - \frac{\sqrt{5}}{10} + \frac{\sqrt{5}}{10} - \frac{\sqrt{7}}{14} + \dots + \frac{\sqrt{2\,021}}{4\,042} - \frac{\sqrt{2\,023}}{4\,046} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2\,023}}{4\,046} = \frac{2\,023-\sqrt{2\,023}}{4\,046} = \frac{119-\sqrt{7}}{238}.
 \end{aligned}$$

## 大招专题 3 二次根式比较大小的方法

### 刷难关

#### 大招解读 | 平方法

先将两个要比较的数分别平方, 再根据 “ $a>0, b>0$  时, 可由  $a^2>b^2$  得到  $a>b$ ;  $a<0, b<0$  时, 可由  $a^2>b^2$  得到  $a<b$ ” 来比较大小.

对于  $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$  与  $\sqrt{c} \pm \sqrt{d}$ , 若  $a+b=c+d$ , 也可用此法.

1. D 【解析】 $\because (\sqrt{2})^2 = 2, 2^2 = 4, \therefore \sqrt{2} < 2$ , 故选项 A 错误, 不符合题意;  $\because (2\sqrt{3})^2 = 12, (3\sqrt{2})^2 = 18, \therefore (2\sqrt{3})^2 < (3\sqrt{2})^2, \therefore 2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$ , 故选项 B 错误, 不符合题意;  $\because \left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2 = \frac{7}{4}, \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}, \therefore \left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2 < \left(\frac{3}{2}\right)^2, \therefore \frac{\sqrt{7}}{2} < \frac{3}{2}, \therefore -\frac{\sqrt{7}}{2} > -\frac{3}{2}$ , 故选项 C 错误, 不符合题意;  $\because 8^2 = 64, (\sqrt{67})^2 = 67, \therefore 8^2 < (\sqrt{67})^2, \therefore 8 < \sqrt{67}$ , 故选项 D 正确, 符合题意. 故选 D.

2. 【解】 $\because (\sqrt{13}+\sqrt{7})^2 = 20+2\sqrt{91}$ ,  
 $(\sqrt{17}+\sqrt{3})^2 = 20+2\sqrt{51}$ ,  
 且  $\sqrt{13}+\sqrt{7} > 0, \sqrt{17}+\sqrt{3} > 0, 20+2\sqrt{91} > 20+2\sqrt{51}, \therefore \sqrt{13}+\sqrt{7} > \sqrt{17}+\sqrt{3}$ .

#### 大招解读 | 作差/作商法

作差法	作商法
设 $a, b$ 为任意两个实数, 先求出 $a$ 与 $b$ 的差, 比较两式的差与 0 的大小来确定 $a$ 与 $b$ 的大小. ① $a-b>0$ , 则 $a>b$ ; ② $a-b=0$ , 则 $a=b$ ; ③ $a-b<0$ , 则 $a<b$	设 $a, b$ 为任意两个不为 0 的同号实数, 先求出 $a$ 与 $b$ 的商, 比较两式的商与 1 的大小来确定 $a$ 与 $b$ 的大小. ① $a \div b > 1$ , 当 $a, b$ 为正数时 $a>b$ ; 当 $a, b$ 为负数时 $a<b$ . ② $a \div b = 1, a=b$ . ③ $a \div b < 1$ , 当 $a, b$ 为正数时 $a<b$ ; 当 $a, b$ 为负数时 $a>b$

3. 【解】 $\because \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}} - \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{6}-\sqrt{5})\sqrt{2} - (2-\sqrt{2})\sqrt{3}}{\sqrt{6}} =$

$$\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{10}-2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{10}}{\sqrt{6}} < 0, \therefore \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}} < \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}.$$

### 大招解读 | 取近似值后比较

牢记常见无理数的近似值:

$$\sqrt{2} \approx 1.414; \sqrt{3} \approx 1.732; \sqrt{5} \approx 2.236; \sqrt{6} \approx 2.449; \sqrt{7} \approx 2.646.$$

4.  $\geq$  【解析】 $\sqrt{5}-1 \approx 2.236-1 > 1, \therefore \frac{\sqrt{5}-1}{2} > \frac{1}{2},$

故答案为 $\geq$ .

### 大招解读 | 取中间值比较

通过两式与中间量的比较来确定原式的大小,借助中间量巧妙转换达到化难为简的目的.

5. 【解】 $\because 6 < \sqrt{37} < 7, \therefore \sqrt{37}-2 > 4.$  又 $\because 1 < \sqrt{3} < 2, \therefore \sqrt{3}+2 < 4, \therefore \sqrt{37}-2 > \sqrt{3}+2.$

6. 【解】 $\sqrt{623}-1 < \sqrt{625}-1 = 25-1 = 24,$   
 $\sqrt{531}+1 > \sqrt{529}+1 = 23+1 = 24,$   
 $\therefore \sqrt{623}-1 < \sqrt{531}+1.$

### 大招解读 | 分子/分母有理化

各自先将分子/分母有理化,再进行比较.

7. 【解】 $\frac{1+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}} = \frac{(1+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})}{(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})} = \frac{2\sqrt{2}+1}{7},$   
 $\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} = (2+\sqrt{2})(\sqrt{2}-1) = \sqrt{2}, \therefore \frac{2\sqrt{2}+1}{7} < \sqrt{2},$   
 $\therefore \frac{1+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}} < \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}.$

8. 【解】 $\because \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{11}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3\sqrt{2}(2\sqrt{3}+\sqrt{11})} =$   
 $\frac{1}{6\sqrt{6}+3\sqrt{22}} = \frac{1}{6\sqrt{6}+\sqrt{198}}, \frac{3\sqrt{2}-\sqrt{17}}{2\sqrt{3}} =$   
 $\frac{1}{2\sqrt{3}(3\sqrt{2}+\sqrt{17})} = \frac{1}{6\sqrt{6}+2\sqrt{51}} = \frac{1}{6\sqrt{6}+\sqrt{204}},$   
 $\frac{1}{6\sqrt{6}+\sqrt{198}} > \frac{1}{6\sqrt{6}+\sqrt{204}}, \therefore \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{11}}{3\sqrt{2}} > \frac{3\sqrt{2}-\sqrt{17}}{2\sqrt{3}}.$

### 大招解读 | 取倒数法

设 $a, b$ 为任意两个正数,先分别求出 $a$ 与 $b$ 的倒数,再根据“当 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 时, $a > b$ ;当 $\frac{1}{a} = \frac{1}{b}$ 时, $a = b$ ;当 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 时, $a < b$ ”来比较 $a$ 与 $b$ 的大小.

9. 【解】 $\because \frac{1}{\sqrt{2\,009}-\sqrt{2\,008}} = \sqrt{2\,009} + \sqrt{2\,008},$   
 $\frac{1}{\sqrt{2\,008}-\sqrt{2\,007}} = \sqrt{2\,008} + \sqrt{2\,007}, \sqrt{2\,009} +$   
 $\sqrt{2\,008} > \sqrt{2\,008} + \sqrt{2\,007},$   
 $\therefore \sqrt{2\,009} - \sqrt{2\,008} < \sqrt{2\,008} - \sqrt{2\,007}.$

## 大招专题 4 二次根式的化简求值



### 刷难关

#### 大招解读 | 运用二次根式的非负性求值

因为二次根式 $\sqrt{a}$  ( $a \geq 0$ )表示 $a$ 的算术平方根,所以 $\sqrt{a} \geq 0$ ,在解题时可以利用此性质进行化简达到求值的目的.

#### 关键点拨

1. 【解】(1)由题意,得 $\sqrt{x^2-4} \geq 0, \sqrt{4-x^2} \geq 0$ ,且 $x-2 \neq 0$ ,解得 $x = -2$ ,所以 $y = -4$ ,所以 $xy = 8$ ,所以 $xy$ 的平方根是 $\pm 2\sqrt{2}$ .  
 (2)注意题目中没有说明等腰三角形的哪条边是腰时,要进行分类讨论.

(2)因为 $2a^2-4a+4 = 2-5\sqrt{b-3}$ ,所以 $2(a-1)^2+2 = 2-5\sqrt{b-3}$ ,即 $2(a-1)^2+5\sqrt{b-3} = 0$ ,所以 $a-1 = 0, b-3 = 0$ ,所以 $a = 1, b = 3$ .当 $a$ 为等腰 $\triangle ABC$ 的腰时,三边长分别为 $1, 1, 3$ ,不符合三角形三边关系,舍去;当 $b$ 为等腰 $\triangle ABC$ 的腰时,三边长分别为 $3, 3, 1$ ,符合三角形三边关系,所以 $\triangle ABC$ 的周长为 $3+3+1 = 7$ .

#### 大招解读 | 运用数形结合法化简

数形结合法化简二次根式时一般是与数轴结合,先根据字母表示的点在数轴上的位置确定该字母的值或取值范围,再进行化简.

2. 【解】由数轴知 $-1 < x < 2$ ,所以 $|x-2| = \sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{4x^2-20x+25} = 2-x-(3-x)+|2x-5| = 2-x-3+x-2x+5 = 4-2x.$

#### 大招解读 | 巧用乘法公式化简求值

在化简二次根式时,有符合完全平方公式或平方差公式的形式的式子,可利用公式进行解题.有时也可以利用配方法把被开方数写成完全平方的形式,达到去根号的目的.

3. 【解】 $x^2-xy+y^2 = x^2+2xy+y^2-3xy = (x+y)^2-3xy$ ,把 $x = \sqrt{6}+2, y = \sqrt{6}-2$ 代入,得 $(\sqrt{6}+2+\sqrt{6}-2)^2-3 \times (\sqrt{6}+2) \times (\sqrt{6}-2) = 18.$

4.  $-4\sqrt{6}$  【解析】 $\because a = \sqrt{2}+\sqrt{3}, b = \sqrt{2}-\sqrt{3},$   
 $\therefore a+b = \sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{3} = 2\sqrt{2}, a-b = \sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{3} = 0,$   
 $ab = (\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3}) = -1,$   
 $\therefore a^3b-ab^3 = ab(a^2-b^2) = ab(a-b)(a+b) = -1 \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = -4\sqrt{6}.$  故答案为 $-4\sqrt{6}.$

**大招解读** 巧用分母有理化化简求值

当二次根式出现在分母中时,可通过分母有理化的方法进行化简,有些式子可利用 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$ 来进行分母有理化;有些式子可以利用平方差公式来进行分母有理化.

5.  $2\sqrt{5}$  【解析】因为  $a = \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \sqrt{5}+2$ ,  $b = \frac{1}{\sqrt{5}+2} = \frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \sqrt{5}-2$ , 所以  $a+b = (\sqrt{5}+2) + (\sqrt{5}-2) = 2\sqrt{5}$ ,  $ab = (\sqrt{5}+2) \cdot (\sqrt{5}-2) = 5-4 = 1$ , 所以  $\sqrt{a^2+b^2+2} = \sqrt{(a+b)^2-2ab+2} = \sqrt{20-2+2} = 2\sqrt{5}$ .

6. 【解】 $\because x = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})^2}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})} = \frac{7+5+2\sqrt{35}}{2} = 6+\sqrt{35}$ ,  $y = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{7}-\sqrt{5})^2}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})} = \frac{7+5-2\sqrt{35}}{2} = 6-\sqrt{35}$ ,  $\therefore x+y = 6+\sqrt{35}+6-\sqrt{35} = 12$ ,  $xy = (6+\sqrt{35})(6-\sqrt{35}) = 1$ ,  $\therefore 3x^2-2xy+3y^2 = 3(x^2+y^2)-2xy = 3[(x+y)^2-2xy]-2xy = 3(x+y)^2-8xy = 3 \times 12^2 - 8 \times 1 = 424$ .

**大招解读** 巧用整体代换化简求值

当问题的结构比较复杂,难以直接发现化简规律时,可以把其中某些部分看成一个整体,将整体代入到式子中进行化简,能使复杂的问题简单化.

7. 【解】(1) 因为  $x = \sqrt{10}-3$ , 所以  $x+3 = \sqrt{10}$ , 所以  $(x+3)^2 = 10$ , 即  $x^2+6x+9 = 10$ , 所以  $x^2+6x = 1$ , 所以  $x^2+6x-8 = 1-8 = -7$ .  
(2) 因为  $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ , 所以  $2x = \sqrt{5}-1$ , 所以  $2x+1 = \sqrt{5}$ , 所以  $(2x+1)^2 = 5$ , 即  $4x^2+4x+1 = 5$ , 所以  $4x^2+4x = 4$ , 即  $x^2+x = 1$ , 所以  $x^3+2x^2 = x^3+x^2+x^2 = x(x^2+x)+x^2 = x+x^2 = 1$ .

**大招解读** 巧用配方法化简双重二次根式

当化简双重二次根式 $\sqrt{a+2\sqrt{b}}$ 时,可以巧用配方法将被开方数先配方成完全平方的形式,然后再开方化简计算.可以通过找到两个数 $m$ 和 $n$ ,使 $m^2+n^2=a$ 且 $mn=\sqrt{b}$ ,使被开方数变为 $m^2+n^2+2mn$ ,即变成 $(m+n)^2$ ,从而化简 $\sqrt{a+2\sqrt{b}}$ .

8. 2 【解析】 $x+2\sqrt{x-1} = 1+(x-1)+2\sqrt{x-1} = 1^2+(\sqrt{x-1})^2+2\sqrt{x-1} = (1+\sqrt{x-1})^2$ ,  $x =$

**刷有所得**

判断一个二次根式是否为最简二次根式,要紧扣最简二次根式的特点:①被开方数中不含分母;②被开方数中不含能开得尽方的因数或因式;③若被开方数是和(或差)的形式,则先把被开方数写成积的形式再判断,若无法写成积(或一个数)的形式,则为最简二次根式.

**关键点拨**

(2) 根据所给的运算中的规律,总结得到 $S_{n+1}-S_n = 6n-3+2\sqrt{3}$ 是解题关键.

$$2\sqrt{x-1} = 1+(x-1)-2\sqrt{x-1} = 1^2+(\sqrt{x-1})^2-2\sqrt{x-1} = (1-\sqrt{x-1})^2. \text{ 因为 } 1 \leq x \leq 2, \text{ 所以 } 0 \leq \sqrt{x-1} \leq 1, \text{ 所以 } \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = \sqrt{(1+\sqrt{x-1})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{x-1})^2} = 1+\sqrt{x-1}+1-\sqrt{x-1} = 2.$$

9. 2 【解析】因为  $4+2\sqrt{3} = 1+3+2\sqrt{3} = 1^2+(\sqrt{3})^2+2\sqrt{3} = (1+\sqrt{3})^2$ ,  $4-2\sqrt{3} = 1+3-2\sqrt{3} = 1^2+(\sqrt{3})^2-2\sqrt{3} = (1-\sqrt{3})^2$ , 所以  $\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}} = \sqrt{(1+\sqrt{3})^2} - \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = 1+\sqrt{3}-(\sqrt{3}-1) = 2$ .

## 全章综合训练

**刷中考**

1. D 【解析】由题意得  $x \geq 0$  且  $x-2 \neq 0$ , 解得  $x \geq 0$  且  $x \neq 2$ , 故选 D.

2. D 【解析】 $\sqrt{\frac{45}{2}} = \sqrt{\frac{9 \times 5 \times 2}{2 \times 2}} = \frac{3\sqrt{10}}{2}$ , 故选 D.

3. A 【解析】由数轴知,  $-3 < a < -2$ ,  $0 < b < 1$ ,  $\therefore a-b < 0$ ,  $\therefore \sqrt{(a-b)^2} - (b-a-2) = |a-b| - (b-a-2) = -(a-b) - (b-a-2) = -a+b-b+a+2 = 2$ , 故选 A.

4. B 【解析】 $\sqrt{2}$  和  $\sqrt{3}$  不能合并, 故 A 选项不合题意;  $\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10}$ , 原计算正确, 故 B 选项符合题意;  $2 \div \sqrt{2} = \sqrt{2} \neq 1$ , 原计算错误, 故 C 选项不合题意;  $\sqrt{(-5)^2} = 5$ , 原计算错误, 故 D 选项不合题意. 故选 B.

5. C 【解析】 $\sqrt{12}(\sqrt{2}+\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}(\sqrt{2}+\sqrt{3}) = 2\sqrt{6}+6$ .  $\because 5.76 < 6 < 6.25$ ,  $\therefore \sqrt{5.76} < \sqrt{6} < \sqrt{6.25}$ ,  $\therefore 2.4 < \sqrt{6} < 2.5$ ,  $\therefore 10.8 < 2\sqrt{6}+6 < 11$ . 故选 C.

6. 【解】 $|1-\sqrt{3}| + 24^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} - (1-\sqrt{3})^0 = \sqrt{3}-1+2\sqrt{6} + \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} - 1 = \sqrt{3}-1+2\sqrt{6}+2-\sqrt{3}-1 = 2\sqrt{6}$ .

7. 【解】(1) 由题意得  $S_3-S_2 = (a+2\sqrt{b})^2 - (a+\sqrt{b})^2 = [(a+2\sqrt{b})+(a+\sqrt{b})] \cdot [(a+2\sqrt{b})-(a+\sqrt{b})] = (2a+3\sqrt{b}) \cdot \sqrt{b} = 2a\sqrt{b}+3b$ ,  $S_4-S_3 = (a+3\sqrt{b})^2 - (a+2\sqrt{b})^2 = [(a+3\sqrt{b})+(a+2\sqrt{b})] \cdot [(a+3\sqrt{b})-(a+2\sqrt{b})] = (2a+5\sqrt{b}) \cdot \sqrt{b} = 2a\sqrt{b}+5b$ . 当  $a=1, b=3$  时,  $S_3-S_2 = 9+2\sqrt{3}$ ,  $S_4-S_3 = 15+2\sqrt{3}$ . 故答案为  $9+2\sqrt{3}, 15+2\sqrt{3}$ .

(2) 当  $a=1, b=3$  时,  $S_{n+1}-S_n = 6n-3+2\sqrt{3}$ .

证明: 当  $a=1, b=3$  时,  $S_{n+1}-S_n = (1+\sqrt{3}n)^2 -$

$$[1+(n-1)\sqrt{3}]^2 = [1+\sqrt{3}n+1+(n-1)\sqrt{3}] \cdot [1+\sqrt{3}n-1-(n-1)\sqrt{3}] = [2+(2n-1)\sqrt{3}] \cdot \sqrt{3} = 3(2n-1)+2\sqrt{3} = 6n-3+2\sqrt{3}.$$

(3) 当  $a=1, b=3$  时,  $T=t_1+t_2+t_3+\cdots+t_{50}=S_2-S_1+S_3-S_2+S_4-S_3+\cdots+S_{51}-S_{50}=S_{51}-S_1=(1+50\sqrt{3})^2-1=7\,500+100\sqrt{3}.$

## 第十六章 轴对称和中心对称

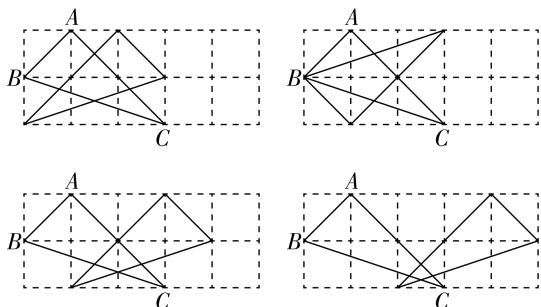
### 16.1 轴对称

#### 刷基础

1. **B** 【解析】A 选项,不是轴对称图形,故本选项不符合题意;B 选项,是轴对称图形,故本选项符合题意;C 选项,不是轴对称图形,故本选项不符合题意;D 选项,不是轴对称图形,故本选项不符合题意. 故选 B.

2. **C** 【解析】A 选项,有无数条对称轴;B 选项,有 2 条对称轴;C 选项,有 1 条对称轴;D 选项,有 3 条对称轴. 故选 C.

3. **D** 【解析】如图所示,在网格中与  $\triangle ABC$  成轴对称的格点三角形一共有 4 个,故选 D.



4. **B6395** 【解析】在平面镜中的像与现实中的事物恰好顺序颠倒,且关于镜面成轴对称,  $\therefore$  该汽车的车牌号为 B6395. 故答案为 B6395.

5. **A** 【解析】根据“成轴对称的两个图形是全等图形,对应点的连线被对称轴垂直平分”可知,  $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ , 直线  $l$  垂直平分线段  $DB$ , 所以  $\angle ACB = \angle AED$ . 因为如果两个图形成轴对称,那么这两个图形的对应线段或其延长线在同一条直线上或相交,其交点一定在对称轴上,所以  $BC$  与  $DE$  的延长线的交点一定落在直线  $l$  上. 故错误的有 0 个.

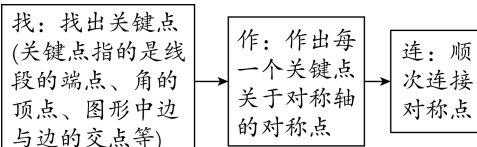
6. **2** 【解析】题图中阴影部分的面积为正方形  $ABCD$  面积的一半,即  $\frac{1}{2} \times 2^2 = 2$ .

7. 【解】(1)  $\because \triangle ABC$  与  $\triangle ADE$  关于直线  $MN$  对称,  $ED=4\text{ cm}, FC=1\text{ cm}, \therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE, \therefore BC=ED=4\text{ cm}, \therefore BF=BC-FC=3\text{ cm}.$   
(2)  $\because \triangle ABC$  与  $\triangle ADE$  关于直线  $MN$  对称,  $\angle BAC=76^\circ, \angle EAC=58^\circ, \therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE, \therefore \angle EAD = \angle BAC = 76^\circ, \therefore \angle CAD = \angle EAD - \angle EAC = 76^\circ - 58^\circ = 18^\circ.$

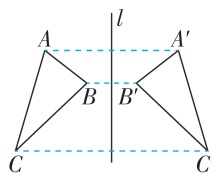
#### 归纳总结

此类题可根据轴对称图形的定义“如果一个图形沿某条直线对折后,直线两旁的部分能够完全重合,那么这个图形就叫作轴对称图形”判断正确图形.

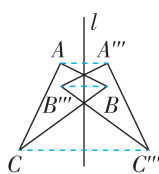
#### 8. 思路分析 | 画已知图形的轴对称图形的步骤



【解】如图所示.



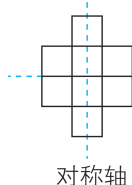
图(1)



图(2)

#### 刷提升

1. **A** 【解析】A 选项,放入①的位置的图形为



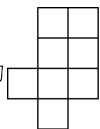
对称轴

,是轴对称图形,并且有

两条对称轴

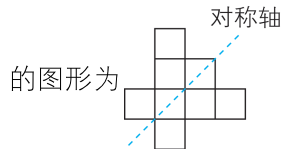
,故此选项符合题意;B 选项,放入

②的位置的图形为



,不是轴对称图形,

故此选项不符合题意;C 选项,放入③的位置

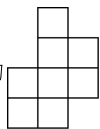


对称轴

的图形为,是轴对称图形,但只

有一条对称轴,故此选项不符合题意;D 选项

,放入④的位置的图形为



,不是轴对

称图形,故此选项不符合题意. 故选 A.

2. **C** 【解析】先由轴对称的定义,判断每条虚线两侧的图形是否成轴对称,C,D 两项满足,但 D 选项的基本图形的  $\triangle$  位置与题意不符,故选 C.

3. **A** 【解析】如图,设  $AB$  与  $ED$  交于点  $M, AC$